

## GRAVITÁCIÓS ANALÓGIÁN ALAPULÓ ELÉRHETŐSÉGI MODELLEK: ELMÉLET ÉS GYAKORLAT

Summary: Az elérhetőségi modellek leggyakrabban alkalmazott típusai gravitációs analógián alapulnak. Ezekben a modellekben a kutatók különböző típusú ellenállási tényezőket használnak, de mélyebben ritkán indokolják meg azt, hogy miért éppen az adott típust választották a konkrét kutatáshoz. A másik probléma az ilyen típusú elemzésekkel az, hogy a szerzők sok esetben azt sem írják le pontosan, hogy az adott, kiválasztott modell esetén hogyan határozzák meg a számításokhoz használt konkrét konstansokat. Így az eredmények csak korlátozottan fogadhatók el, hiszen azok az olvasó számára nem reprodukálhatók. Végül egy további fontos problémának tartjuk azt, hogy a modellek eredményét ritkán szembesítik a valós (például forgalmi) adatokkal, így az sem derül ki a számításokból, mi történne, ha egy másik modellt alkalmazna az elemző. Tanulmányunkban igyekeztünk összegyűjteni a leggyakrabban használt modelleket, ellenállási tényezőket megvilágítva a használhatóságuk lehetőségeit és korlátait konkrét magyarországi példákon keresztül.

### *Gravitációs analógián alapuló modellek*

A gravitációs analógián alapuló modellek kétségtelenül a leggyakrabban használatos elérhetőségi modellek a szakirodalomban (lásd többek között: Stewart 1947, Hansen 1959, Ingram 1971, Vickerman 1974, Harris 1954, Huff 1963, Keeble et al. 1988, Dalvi–Martin 1976, Linneker–Spence 1991, Spence–Linneker 1994, Geertman–Ritsema van Eck 1995, Bruinsma–Rietveld 1998, Brunton–Richardson 1998, Kwan 1998, Levinson 1998, Smith–Gibb 1993, Gutiérrez 2001, Scheurer–Curtis 2007, stb.). Ezek a modellek megkísérlik figyelembe venni az utazók viselkedését meghatározó szempontokat is. (Így tehát az utazó bármely elérhető célpontot választhatja, s a célpontok választásának valószínűsége valamilyen formában belekerül a modellbe.) A gravitációs analógián alapuló modellek egyik leggyakrabban használt típusát jelentik a potenciálmodellek. A potenciálmodellek – diszjunkt, teljesen lefedett területi felosztások kialakítása után – az *i.* terület elérhetőségi lehetőségeit becslik az összes további terület viszonylatában, amelyek közül a kisebb tömegű, illetve távolabbi lehetőségek csökkenő hatással rendelkeznek (Rich 1980, Geertman–van Eck 1995).

A tanulmány célja az, hogy bemutassa a különböző modellek konstansainak a számítási háttérét. Az eredményül kapott konstansok segítségével több elérhetőségi modellt is kiszámítunk, majd az eredményeket szembesítjük a valós áramlási adatokkal. Fel kívánjuk hívni a figyelmet arra, hogy egy-egy modell választása mögött milyen módszertani háttér van, s ez mennyiben befolyásolja a belőle nyerhető eredményeket. Jelen tanulmányban ajánlásokat fogalmazunk meg az ellenállási tényezők alkalmazhatóságára, és azok feltételeire vonatkozóan.

### *Elérhetőségi potenciálmodellek*

Az elérhetőség definíciója véleményünk szerint a következő: „Az elérhetőség a területfelhasználási és közlekedési rendszernek a társadalomban betöltött azon szerepére kell vonatkozzon, ami egyének és csoportok számára lehetővé teszi, hogy részt vegyenek a különböző helyszíneken folyó tevékenységekben.” (Geurs–van Wee, 2004 128.o.) Esetünkben az elérhetőséget a definícióból kiindulva úgy kívánjuk mérni, hogy az társadalmi teret jellemző érték, mely megmutatja az egyes térségekben a területfelhasználási és

közlekedési rendszerek térbeli kapcsolatrendszerének szorosságát. Ez az általános definíció sokkal inkább az elméleti megközelítések sajátja. A számításokhoz mindenképpen a valóságos terek leegyszerűsítésére, modellezésére van szükségünk. A modellből megkapott értékekkel igyekszünk leírni a valós térbeli egymásrahatásokat.

A potenciálmodellek általános potenciál alakja a következő (1. képlet):

$$A_i = \sum_j D_j \cdot F(c_{ij}), \quad (1)$$

ahol  $A_i$  i terület elérhetősége,  $D_j$  az i-ből elérhető j terület tömege,  $c_{ij}$  i és j területek közötti általános utazási költség,  $F(c_{ij})$  ellenállási tényező (függvény).

A téma legkorábbi előzményének a Hansen-féle (1959) gravitációs modell tekinthető. Hansen (1959, 73. o.) azt állította, hogy az elérhetőség „a népesség távolságon átnyúló kapcsolatrendszerének általánosítása.” Az elérhető célok elérési potenciáljának koncepciója szoros kapcsolatban van a tömegek gravitációs modellen alapuló interakciójával.

Hansen modelljének általános képlete (2. képlet):

$$A_i = \sum_j \frac{W_j}{f(c_{ij}; \beta)}, \quad (2)$$

ahol  $A_i$  az i térség elérhetősége,  $W_j$  az utazók által elérhető „tömeg” függetlenül attól, hogy azt ténylegesen el kívánják-e érni, vagy sem,  $f(c_{ij}; \beta)$  az ellenállási tényező (az ellenállási tényező ilyen általános felírása arra utal, hogy a  $\beta$  lehet mind hatvány-, mind pedig szorzótényező is, amelyet az elemző dönt el),  $c_{ij}$  az i és j pontok közötti utazási költséget kifejező változó,  $\beta$  egy választott állandó.

A Hansen-féle modell még meglehetősen szorosan ragaszkodott a fizikából ismert gravitációs összefüggéshez, amely megnyilvánul abban is, hogy a képletben szereplő konstans a modell fizikai levezetéséből következően mindenképpen négyzet:  $\beta=2$  (3. képlet) (lásd Calvo–Pueyo Campos–Jover Yuste 1992).

$$A_i = \sum_j \frac{W_j}{c_{ij}^\beta}, \quad (3)$$

A gravitációs és a potenciálmodellek sok tekintetben összekapcsolódnak. A két modellben az a közös, hogy a lehetséges interakció nagysága két település, térség stb. között fordítottan arányos a közöttük levő távolság nagyságával. A másik hasonlóság pedig az, hogy a vizsgált településeken bármely személy (vagy egyéb tömegegység) azonos nagyságú interakciót generál. Így két település közötti interakció nagysága egyenesen arányos a választott „tömegnek” megfelelő településnagysággal, vagyis a vizsgálati egységek „tömegének” növekedésével az interakció nagysága is nő.

A konstans ( $\beta$ ) megválasztásának problémája a szakirodalomban több helyen is megjelenik, hiszen a társadalomtudományi analógiákban nem feltétlenül ragaszkodunk a fizikai gravitációs törvényben szereplő négyzetes hatványkitevőhöz. Amennyiben a konstans értéke nagyobb, mint 1, akkor azzal az elemző nagyobb súlyt ad a távolságoknak. Vannak viszont olyan vizsgálatok, ahol olyan infrastrukturális rendszereket modelleznek (például az intercity vonatok), amelyek inkább közepes távolságokon fejtik ki előnyüket, így ilyen esetben a konstans értéke 1 (Martín–Gutiérrez–Roman 1999, Capineri 1996). Az ilyen típusú modellek előnyei közé sorolható a könnyű érthetőség, illetve számíthatóság. Azon mutatók közül, amelyek azzal, hogy valamennyi potenciálisan felmerülő elérhető célt figyelembe vesznek, reflektálnak az utazók viselkedési szempontjaira. Fontos pozitívumként emelhető ki

az is, hogy az ilyen mutatók képesek az egyes elérhető lokalitások közötti különbségtételre is, azaz nem azonos súllyal veszik figyelembe a különböző lehetséges utazásokat. E modellek negatívuma ugyanakkor, hogy igen érzékenyek a határterületek megválasztására, s nem képesek azon utazókat kezelni, akiknek több utazási preferenciája van. Viszonylag nehéz az eredmények nagyságának, az egyes térségek számított potenciálértékei közötti különbségeknek az értelmezése is.

### ***Az ellenállási tényező megválasztása***

A távolságfüggés alkalmazását a társadalomföldrajzi vizsgálatokban elsősorban az indokolja, hogy a térbeli elkülönülés gátolja a különböző térségek közötti együttműködést, amelyet ezért célszerű valamilyen módon számszerűsíteni. A legegyszerűbb esetet természetesen a légvonalbeli távolságok használata jelenti. Elérhetőségi mutatók vonatkozásában viszont mindig valamilyen közlekedési mód segítségével való eljutás távolságát, költségét, vagy eljutási idejét vesszük figyelembe. A két pont közt leküzdendő távolságot területi ellenállási tényezőnek nevezzük.

Az elérhetőségi potenciálmodell és a fizikai potenciálmodell alkalmazásában az egyik fő különbség az, hogy a fizikaival ellentétben a társadalmi tér jellemzően nem folytonos, hanem diszkrét. A társadalmi-gazdasági alakzatok (például a települések, városok) rendszerint a tér egy-egy kitüntetett pontjában koncentrálnak, „tömegük” ehhez a ponthoz köthető. Mivel az ilyen tömegpontok nem töltik ki a teret, csak nehezen lehetne egy lehatárolt térrész (például egy ország) bármely pontjának potenciálértékét megadni (ami természetesen függ az összes többi pont hatásától) (Tagai 2007). A tömegpontok különböző mértékű térbeli koncentrációja eltérő jellemzőjű potenciálfelületeket indukál, amely azt a következményt rejt magában, hogy az egyes vizsgálatokban a pontok közötti távolságot, s így az ellenállási tényezőt más és más függvénnyel írhatjuk le. Vagyis a különböző térségekre, különböző területi szintekre, vagy azonos területi szinten, de eltérő számú tömegpontra végzett vizsgálatokban használt ellenállási tényező képlete más és más.

Az elérhetőségi vizsgálatokban az ellenállási tényező több formája is megjelenik. A korlátokat alkalmazó modellek esetében vagy csak meghatározott távolságon, időn vagy költségen belül elérhető célpontokat veszünk figyelembe, vagy lineáris ellenállási tényezőt használunk. A valamennyi elérhető célt és útvonalat vizsgáló modellek között már jelentős különbségeket láthatunk az ellenállási tényező megválasztásában. A modellek az adott „tömegek” közötti távolságokat is különbözőképpen veszik figyelembe. Több olyan megközelítés is ismert, amikor a távolság reciprokát, illetve annak valamely hatványát alkalmazzák a kutatók (lásd többek között Hansen 1959, Davidson 1977, Fotheringham et. al. 2000, El-Geneidy–Levinson 2006). Ezen belül a „leghétköznapiabb” megoldásnak a lineáris ellenállási tényezőt (a potenciál képletében, a nevezőben a távolság az első hatványon szerepel) alkalmazó modellek tekinthetők, ekkor ugyanis az elérési időn, költségen semmiféle matematikai módosítást sem végzünk. A gravitációs analógiához szorosan ragaszkodó modellekben – mint azt már jeleztük, a modell fizikai eredetéből következően – leggyakrabban a távolság, idő, költség négyzetét szokták alkalmazni. Ez azonban egyáltalán nem köbevesztett szabály, így a gravitációs analógián alapuló modelleknél előfordulnak más hatványértékek is. Szerepük ez esetben nem más, mint az, hogy a különböző távolságra fekvő elérhető célpontok elérésének valószínűségét számszerűsítsék a modellben. Lényegében ennek a célnak a pontosítása érdekében használják a kutatók az exponenciális ellenállási tényezőt alkalmazó modelleket (Wilson 1971, Dalvi–Martin 1976, Martin–Dalvi 1976, Song

1996, Simma–Vritic–Axhausen 2001, Schürmann–Spiekermann–Wegener 1997, ESPON 2007, Papa –Coppola 2012). Ismertek továbbá gaussi (Ingram 1971, Guy 1983), illetve log-logisztikus (Bewley–Fiebig 1988, Hilbers–Veroen 1993) ellenállási tényezőt alkalmazó modellek is. Van példa egyes alaptípusok további módosítására is, de ezzel részletesen nem foglalkozunk (Reggiani–Bucci–Russo 2011).

Egyes kutatók az elérési mátrix (az összes vizsgált területegység közötti páronkénti elérési költségek, vagy idők az elemei) elemeit idő/költség intervallumokba sorolták (Simma–Axhausen 2003), s azt figyelték meg, hogy a gyakoriságok és az átlag idő/költség közötti kapcsolat leginkább exponenciális regressziós függvénnyel írható le. E modellek tehát abból a feltételezésből indulnak ki, hogy a vizsgálati területen belül a távolság/idő/költség növekedésével az egyes célpontok gyakoriságának valószínűsége exponenciálisan csökken, amely vélhetően hat a potenciális utazási lehetőségek számára is. Ez alapján a legcélszerűbb kitevő (4. képlet):

$$e^{-\beta c_{ij}}, \quad (4)$$

ahol  $c_{ij}$   $i$  és  $j$  pontok közötti utazási költség (idő),  $\beta$  konstans. A  $\beta$  a vizsgált térelrendeződés állandója, amelyet minden egyes új térstruktúra vizsgálatakor meg kell határozni! Ennek az oka, hogy különböző területi szintek, illetve eltérő célponti kör vizsgálatakor a gyakoriságok és az átlagidők/költség közötti kapcsolat mindig más és más függvénygörbével írható le. Ennek a konstansnak pedig éppen az a jelentősége, hogy kapcsolatot teremt az egyedi térrészek potenciál-hozzájárulása és az egész tér között. (A konstans meghatározásának problémájára a későbbiekben részletesebben is kitérek.)

Az exponenciális regressziós kutatásokban, bizonyos térstruktúrák vizsgálatakor, célszerű még kedvezőbb illeszkedést elérni, hogy az egyes célterületek elérésének valószínűségét még pontosabban tudjuk meghatározni. Ennek érdekében érdemes használni az exponenciális ellenállási tényezőkben a Box-Cox (1964) transzformációt, amely a regresszió reziduáljait egységesíti (homoszkedasztikussá teszi), a normál eloszláshoz közelítve alakítja. Az  $\varepsilon_i$  hibákról nemcsak azt szokták feltételezni, hogy várható értékük 0, hanem azt is, hogy szórásuk a kialakított csoportokban megegyezik. Ez az úgynevezett *homoszkedasztikus* eset. Ha ugyanis a mérési hibák  $x$  változó mentén változnak (*heteroszkedasztikus* eset), a fellépő nagy eltérések (azok négyzetei) aránytalanul eltorzítják a szélsőértékek helyét, ezzel a paraméterek értékét, így pedig a regressziós vagy más modellek eredményei nem konzisztensek a valósággal. Amikor a homoszkedasztikus feltétel teljesül, a regressziós egyenes vagy hipersík minden pontján azonos szórású reziduálisok találhatók (5. képlet).

$$\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad \forall \quad i \in N^+ \text{-re.} \quad (5)$$

A Box-Cox transzformáció az értékeket megváltoztatja, de a köztük lévő sorrendet nem. A Box-Cox ellenállási tényező felhasználására jó példát nyújt Willigers, Floor és van Wee (2007) tanulmánya.

Ingram (1971) mutatta ki, hogy a valós adatokkal összehasonlítva az egyes transzformált ellenállási tényezők értékei az origótól távolodva túlságosan gyorsan csökkennek. Éppen ezért javasolta a módosított gaussi ellenállási tényezőt, amely az origóhoz közel lassú csökkenést mutat, és a csökkenés mértéke kisebb az exponenciális és a négyzetes ellenállási tényezőknél tapasztalhatónál. A gaussi ellenállási a függvény simító jellege (konvex-konkáv alakja) miatt válik alkalmassá a tapasztalati eredmények alapján a térbeli jelenségek megismerésére és például a népesség mozgásának vizsgálatára (6. képlet) (Grasland–Mathian–Vincent 2000).

$$f(d_{ij}) = 100 * e^{\frac{-d^2}{u}} \quad (6)$$

A valószínűesszámításban és a statisztikában a log-logisztikus eloszlás (a közgazdaságtanban Fisk-eloszlás) egy folytonos, nem negatív változó eloszlási valószínűségét mutatja. Olyan területeken használják, ahol a változó valószínűsége kezdetben magas, majd fokozatosan lecsökken. A logisztikus eloszlás olyan véletlenszerű változó valószínűségi eloszlása, amely logaritmusának logisztikus eloszlása van. A log-logisztikus modellek a logisztikus eloszlást veszik alapul. A log-logisztikus eloszlás a várható érték körül szimmetrikus, viszont a lognormálistól nagyobb varianciával jellemezhető (mivel a várható értékre számított) (7. képlet).

$$f(d_{ij}) = 1 + e^{a + b * \ln d} \quad (7)$$

### ***Saját potenciál***

A potenciálmodellekkel kapcsolatos szakirodalom már régóta foglalkozik a saját potenciál fogalmával (lásd többek között Frost–Spence 1995, Bruinsma–Rietveld 1998). Ennek jelentősége, hogy a vizsgált térben a helyfüggő potenciál mértéke a tér adott pontjában nem csupán attól függ, hogy tőle milyen távolságra, mekkora tömegek helyezkednek el, hanem attól is, hogy az adott pont mekkora erőteret képes maga körül gerjeszteni. A potenciálvizsgálatokban érdemes különválasztanunk továbbá a belső és a külső potenciált is (Nemes Nagy 1998, 2005), amely elválasztás a szorosan vett vizsgálati terület és az azt kívülről befolyásoló tér erejének megkülönböztetéséből fakad. Adott pont teljes potenciálját tehát végső soron három tényező: a saját, a belső és a külső potenciál összegzéséből számítjuk.

Elérhetőségi vizsgálatokban is fontos a saját potenciál figyelembevétele. Egy térség saját potenciáljának kiszámításakor ugyanis azt tételezzük fel, hogy nem csupán az egyik területegységből a másikba történő szállítás jelenthet elérhetőségjavító tényezőt, hanem az egyes térségeken/településeken belüli is. Vagyis megállapíthatjuk, hogy egy-egy terméket/szolgáltatást nem szükséges másik térségbe szállítani, ha azt az adott térségen belül is értékesíthetjük. A saját potenciál szerepének figyelmen kívül hagyása például települési szintű vizsgálat esetén járhatna félrevezető eredménnyel. Könnyen belátható ugyanis, hogy ilyen esetben az agglomerációk, településegységek központi településeinek elérhetősége minden esetben alacsonyabb lenne, mint az agglomeráció további településeié.

A saját potenciál meghatározásánál – más potenciálvizsgálatokhoz hasonlóan – általában az adott térség területéből indulunk ki (lehetőleg nem a közigazgatási, hanem a belterületet figyelembe véve). Az általánosan használt eljárások szerint a területet körnek tekintve kiszámítjuk az egyes térséghez tartozó sugarat, amelyet arányosnak tekintünk az egyes településeken belüli közúti távolságokkal, így azt saját távolságnak is nevezzük. A légvonalbeli távolsággal operáló modellekben ezt a távolságot használjuk, míg a hálózati távolságot alkalmazókban ezt a távolságot valamilyen átlagsebesség/költség stb. segítségével átszámítjuk, s behelyettesítjük a képletbe. A saját potenciál számításával kapcsolatos eljárások között a különbség leginkább annyi, hogy a sugárérték hogyan és milyen szempont szerint van súlyozva (Tagai 2007). Ezzel a vizsgálatot végző szempontjai alapján jobban kiemelhető, vagy a potenciálfelületbe jobban belesimulóvá tehető egy-egy hatóközpont szerepe.

Tagai összegzéséből tudható továbbá, hogy van olyan kutató, aki a sugár nagyságával megegyező távolságot alkalmaz, mivel az jól közelíti a területen belüli átlagtávolság értékét.

A legelterjedtebb alkalmazási mód a sugár harmadával számolt saját potenciál kalkuláció. Ennek magyarázata is a tömegeloszlás valószínűségének meghatározásával van összefüggésben. Vannak viszont, akik hasonló következtetésekből jutottak más eredményre és a sugár kétharmadát tekintik a leginkább elfogadható önmagától vett hozzávetőleges távolságértékként.

Magunk részéről úgy véljük, a sugár bármilyen módon történő változtatása önkényes, s mint ilyen, nehezen indokolható. Ezért jelen tanulmányban mindig a sugár egészét vesszük figyelembe a saját potenciál számításakor. Természetesen, amennyiben településeken belüli adatokkal is rendelkezünk, úgy a különböző elképzelések szembesíthetőek lennének a tényekkel, bár itt is igaz lenne, hogy más-más településtípushoz más-más modell állhat a legközelebb.

### ***Az összpotenciál***

Az elérhetőségi vizsgálatokban a vizsgálati teret általában úgy igyekeznek megválasztani, hogy az nagyobb legyen a szűken vett vizsgálati területnél, s így a külső potenciál hatásától eltekintenek. A helyfüggő elérhetőségi potenciál ilyenkor a saját és a belső összegéből számítható (8. képlet):

$$\sum A_i = SA_i + BA_i, \quad (8)$$

ahol  $\sum A_i$  az  $i$  térség összes elérhetőségi potenciálja,  $SA_i$  a saját,  $BA_i$  pedig a belső potenciál. Van olyan megközelítés is, amely a vizsgálati területen kívüli, úgynevezett külső potenciált is figyelembe veszi, a jelen tanulmányban szereplő vizsgálatokban viszont módszertani okokból – a kistérségi szinten – nem tudtuk kiszámítani, így nem vizsgáljuk. Ez a vizsgálat eredményét némileg természetesen befolyásolja, de az alapvető összefüggések feltárását nem lehetetleníti el. Leginkább a perifériákon érezhető ez a hatás.

Munkánkban csak a gravitációs analógián alapuló modellek esetén vizsgáljuk az ellenállási tényező, valamint a valósággal való szembesítés kérdését. Nem foglalkoztunk a versenyt figyelembe vevő modellekkel (Weibull 1976, Knox 1978, Van Wee–Hagoort–Annema 2001, Joseph–Bantock 1982, Fotheringham 1982) annak ellenére, hogy a tanulmányban felvetett kutatási célok esetükben is relevánsak lehetnek.

## **KONSTANSOK MEGHATÁROZÁSA AZ ELÉRHETŐSÉGI MODELLEKBEN**

Az elérhetőségi szakirodalomban a képletek bemutatásánál gyakran nem térnek ki külön az azokban alkalmazott konstansok kiszámításának módjára, így az olvasók csak igen nagy nehézség árán tudják a kutatás eredményét értelmezni, illetve a kutatást rekonstruálni. A következő rész ezért részletesen taglalja a jelzett konstansok mögötti elméleti hátteret, illetve számítási módjukat.

Az elérhetőséget úgy értelmezzük, hogy az elérhetőség egy-egy térbeli hely megközelítésének lehetőségét számszerűsíti az utazásban résztvevő szemszögéből, az ő (háztartás, vállalkozás) lehetőségei és céljai, illetve az elérni kívánt hely által számára nyújtott szolgáltatások, valamint a mozgás térbeli összefüggésrendszere viszonylatában. A definíció egyes összetevőit – megítélésünk szerint – a gravitációs analógián alapuló modellek úgy igyekeznek megfogni, hogy A pontból B pontba tartó potenciális utazások számát négy tényező határozza meg, úgymint az elérni kívánt cél tömege, az elérni kívánt cél távolsága, a vizsgálati terület

térszerkezete és a véletlen szerepe. E tényezők közül három modellezhető, míg az utolsóra ugyan lehet következtetéseket levonni, de alapvetően nehezen jelezhető előre.

Nem lehet azt állítani, hogy a fele olyan távolságban levő pontba tartó utazások száma kétszer annyi, mint az azonos távolságra levő célpontoknál, vagy ehhez hasonlóan a háromszoros tömeggel jellemzett célpontot éppen háromszor annyian keresik fel, mint az azonos tömegű célpontot. A modellezés viszont mégis elvégezhető. Ennek során az utazás potenciális lehetőségét igyekszünk számszerűsíteni. A potenciál kiszámítása az első 3 tényező függvénye jelen esetben: az elérni kívánt cél tömegé, a célpont távolságáé és a térszerkezete. Az előző két tényező valamennyi potenciálmodell sajátja, a konstans alkalmazó modellekben viszont utóbbit kívánjuk függvényekkel valamilyen módon leírni. Az alkalmazott függvényekkel (exponenciális, Box-Cox transzformációval módosított exponenciális függvény, Gauss-függvény) a térszerkezet szerepe különböző módon jut érvényre a területek potenciál-értékeiben, a földrajzi távolságokra más-más érzékenységgel épülnek be a modelljeinkbe. Az ellenállási tényezőkben szereplő matematikai függvények konstansait az adott vizsgálati térben megnyilvánuló elérési távolság gyakoriságok alapján határozzuk meg (Simma–Axhausen 2003 p. 184).

Térjünk át a konkrét számításra. A potenciál képletében szereplő első tag a saját potenciál, míg a többi a belső potenciál hozzájárulása az összpotenciálhoz. A képlet a tetszőleges területi szinten – például település, kistérség, megye, régió – értelmezhető. Vizsgáljuk meg a fenti képlet szerkezetét, és határozzuk meg a  $\beta$  konstans értékét!

A helyfüggő potenciál értéke a tér egy  $j$  pontjában, illetve egy  $j$  tértartományban (9. képlet) (előzményként lásd a 1., 4. és 8. képleteket):

$$A_i = W_i \cdot e^{-\beta \cdot c_{ii}} + \sum_{i \neq j} W_j \cdot e^{-\beta \cdot c_{ij}} =$$

$$\frac{W_i}{e^{\beta \cdot c_{ii}}} + \sum_{i \neq j} \frac{W_j}{e^{\beta \cdot c_{ij}}} \quad , \quad (9)$$

ahol  $A_i$  az  $i$  térség elérhetősége, a  $W_i$  és  $W_j$  a megfelelő területi szinthez tartozó elérhető „tömegek”, jelen esetben népességek,  $c_{ij}$  pedig  $i$  és  $j$  területi egység közötti, közúton mért távolság megtételéhez szükséges idő, percben. A  $\beta$  a vizsgált térelrendeződés állandója, amelyet minden egyes új térstruktúra vizsgálatakor meg kell határozni.

Érdemes megjegyezni, hogy a potenciál jelen definíciója lineáris szuperpozíciót feltételez a különböző tagok között, azaz az egyes hatások között nincsen interakció, nem erősítik, gyengítik egymást, hanem egyszerűen összeadódnak. Analógiákat keresve ilyen a gravitációs, az elektromos, vagy a mágneses tér is, de például a húrelméletről ismert interferenciatagokkal ez a definíció nem számol.

Az 174 kistérség esetén tekintsük az összes szóba jöhető párhoz tartozó közúton számított elérési időket! (Jelen fejezet írásakor még 174 kistérség létezett Magyarországon, amely a devcseri iszapkatasztrófa után 175-re nőtt 2010 decemberében. A 2012-es adatokon végzett számítások már 175 kistérség esetében készültek el.)

Az adatokat egy 174\*174-es mátrixban helyezhetjük el. Az elérési időben (perc) kapott adatainkat sorba rendezhetjük. Soroljuk az értékeinket intervallumokba, törekedve arra, hogy egyetlen intervallumba se jusson nagyon kevés előfordulás, de ne legyen kevés intervallum sem, mert ez megakadályozná az értékek eloszlásának vizsgálatát. Vizsgálatunkban – egyenlő osztályközökkel – 50 intervallumba soroltuk az elérési időket.

Tekintsünk egy időintervallumokat tartalmazó  $\Phi$  halmazt, amely az összes kistérség közötti időpárokat tartalmazza percekben.

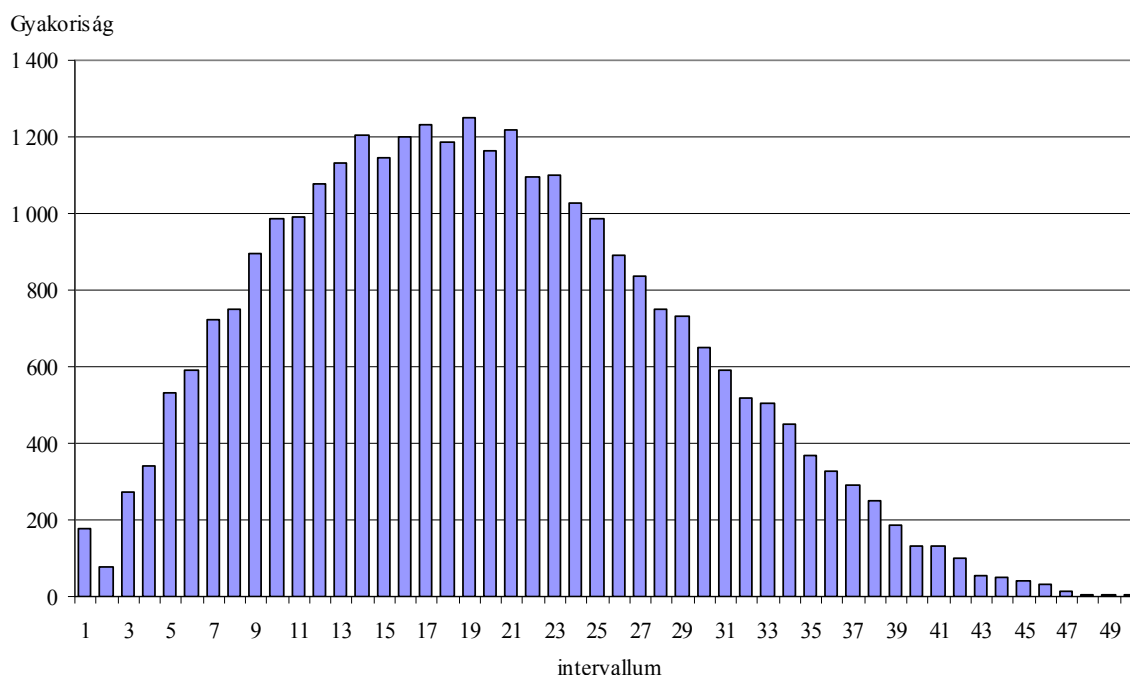
$\forall \chi \in \Phi : \chi \in (0; 429,17)$ . A 429,17 perc a 174\*174-es mátrix legnagyobb eleme, vagyis ez a két kistérségközpont közötti legnagyobb távolság közúton, percben mérve. Jelen vizsgálatunkban elméleti elérési időkkel számoltunk, vagyis az elérési időket csak a közút típusának megfelelő sebességhatár befolyásolta, a forgalom és más tényezők nem.

Osszuk fel az intervallumunkat 50 egyenlő részre. Az  $i$ -edik intervallum az  $(i*8,58; (i+1)*8,58)$  időket tartalmazza, ahol  $i=1, 2, \dots, 50$ , azaz a 429 perces maximális „kistérségközi” távolság 50 egyenlő részre osztása 8,58 perces intervallumokat eredményez.

Nézzük meg, hogy mennyi elemünk kerül a  $\Phi$  halmazból az 1., 2., ... 50. intervallumba!

1. ábra

### *Elérhetőségi idő gyakoriságok*



Forrás: saját szerkesztés.

Függvényszerű kapcsolatot keresünk az időintervallumok gyakorisága, és az átlagidők között (1. ábra). Azért van függvényre szükség, hogy ezzel modellezni tudjuk a távolságok növekedésével az utazási gyakoriságokat, mely lényegében jelen esetben az utazás valószínűségét jelenti. A cél ugyan elméletileg az lenne, hogy a gyakoriságokhoz a legjobban illeszkedő függvényt találjuk meg, mert ez adhatná a „valósághoz” legjobban illeszkedő potenciálmodellt. Viszont – mint a fizikai analógián alapuló modellek esetében sok esetben megfigyelhető – az emberi viselkedés (jelen esetben az utazás) modellekkel csak igen nehezen leírható, s egyáltalán nem biztos, hogy a legjobb illeszkedésű modell adja a legjobb eredményt. Sőt, lehet olyan helyzet is, amikor az időintervallumok gyakoriságára az adott modell meglehetősen gyengén illeszkedik, az ez alapján számított konstanst felhasználó modell viszont a legjobb eredményt adja.

A polinomiális közelítés lenne első látásra a kézenfekvő választás, azonban az eredményeink interpretálása nehézségekbe ütközne. Az alkalmazása azért lenne indokolt, mert a gyakoriságok ingadozást mutatnak. Ez természetesen mintánként változhatna. Emellett problémát jelenthet az is, hogy nehéz lenne értelmezni a távolságok növekedésével a



gyakoriságok nagyságát. Ez talán az exponenciális függvény esetében a legkézenfekvőbb, hiszen itt azt mondhatjuk, hogy a távolságok növekedésével az intervallum gyakoriságok nagysága exponenciálisan csökken. Nézzük is meg első megközelítésben ezért azt a verziót, amikor az egyes intervallumokba eső kistérségközi elérési idők gyakorisága és az intervallumközepek percben kifejezett értéke között exponenciális kapcsolatot keresünk:

### ***Exponenciális ellenállási tényező***

$$v_l \approx e^{-\bar{c}_l} \quad l=1,2,\dots,50, \quad (10)$$

azaz (10. képlet), az egyes intervallumokba eső kistérség-közi elérési idők gyakorisága és az intervallumközepek percben kifejezett értékének exponenciális hatványa feltételezésünk szerint arányos egymással. A  $\beta$  konstans teremti meg az egzakt összefüggést az átlagidők és gyakoriságok között (11. képlet):

$$v_l = e^{-\beta \bar{c}_l} \quad l=1,2,\dots,50, \quad (11)$$

ahol  $v$  a gyakoriságok,  $\bar{c}$  az átlagidők. Így minden egyes hasonló vizsgálat során ellenőrizni kell a fenti exponenciális kapcsolat meglétét, és ki kell számolni a konkrét kapcsolatot teremtő konstans értékét is.

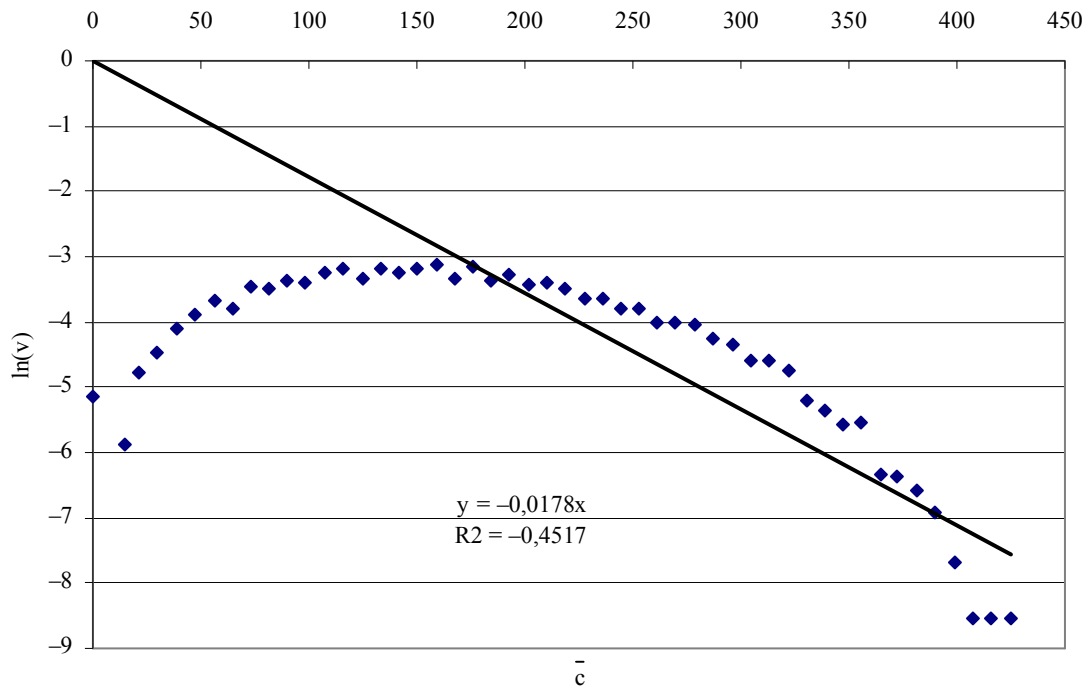
A fenti képlet egy regressziós kapcsolatra utal, és éppen azt a  $\beta$ -t keressük, amely összességében a legjobban megközelíti az egyenleteket. Az egyenletet átrendezve a

$$\ln v_l = -\beta c_l \quad (12)$$

összefüggést kapjuk (12. képlet).

A gyakoriság természetes alapú logaritmusát az átlagidők a függvényében ábrázolva (a gyakoriságokat normálva) lineáris regresszióval dönthetünk  $\beta$  értékéről. Vizsgálatunkban megköveteltük azt a normálási kritériumot, hogy az illesztett egyenesünk átmenjen az origón, azaz a nulla átlagidőhöz tartozó normált gyakoriság 1 legyen. Számításainkból  $\beta=0,0178$ , 45,17%-os megbízhatósággal.

A gyakoriság természetes alapú logaritmusa az átlagidők függvényében



Forrás: saját szerkesztés.

A fent leírt módszert az első, közelítő megoldásnak tekintettük. Az ismertetett módszer során ugyanis nem vettük figyelembe az elérési idők alapján képzett csoportokra bontások után létrejövő statisztikai hibákat. Ugyanis a különböző kistérségpárok közötti eljutási idők csoportokba sorolása esetén csak a csoportok közötti külső szórásokkal, különbségekkel foglalkoztunk. Tekintsük a következőket:

Legyen  $c_{ij}$  (jelen esetben ez nem  $i$  és  $j$  terület közötti utazási idő!) az  $i$ -edik sokaságból (intervallumból) származó  $j$ -edik érték. ( $i=1, 2, 3, \dots, 50$ ;  $j=1, 2, \dots, p_i$ ). Ekkor  $\Phi$  tetszőleges halmazeleme felírható az alábbi alakban:

$$c_{ij} = \bar{c}_i + e_{ij}, \quad (13)$$

ahol  $\bar{c}_i$  az  $i$ -edik csoport átlaga, azaz (13. képlet):

$$\bar{c}_i = \frac{1}{p_i} \sum_{j=1}^{p_i} c_{ij}, \quad e_{ij}\text{-k pedig a csoportokhoz tartozó reziduumok vagy hibák.}$$

Nézzük meg a teljes négyzetösszegeket (14–15. képlet):

$$\begin{aligned} Q_{teljes}^2 &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_{..})^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_i + \bar{c}_i - \bar{c}_{..})^2 = \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_i)^2 + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (\bar{c}_i - \bar{c}_{..})^2 + \\ &+ 2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_i)(\bar{c}_i - \bar{c}_{..}) \end{aligned} \quad (14)$$

Kihasználva, hogy  $2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_i)(\bar{c}_i - \bar{c}_{..}) = 0$ , ugyanis  $\sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_i) = \sum_{j=1}^{p_i} c_{ij} - p_i \bar{c}_i = 0$ .

Tehát  $Q_{teljes}^2 = Q_{belső}^2 + Q_{külső}^2$ . (15).

Ahol (16–18. képlet):

$$Q_{belső}^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} (c_{ij} - \bar{c}_{i..})^2; \quad (16)$$

$$Q_{külső}^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} (\bar{c}_{i..} - \bar{c}_{...})^2, \text{ illetve} \quad (17)$$

$$\bar{c}_{...} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} c_{ij} \quad (18)$$

Ez a szórására is teljesül:

$$\sigma_{teljes}^2 = \sigma_{belső}^2 + \sigma_{külső}^2, \quad (19)$$

ahol:  $\sigma_{belső}^2$  a kialakított csoportokon belüli szórások négyzete,  $\sigma_{külső}^2$  a csoportok közötti, külső szórások négyzete.

Tehát a jelenség leírása abban a formában, ahogy az első részben tettük, azaz a külső szórásokkal és a csoportok közötti változókkal csak akkor pontos, ha a fentebb bevezetett  $c_{ij} = \bar{c}_{i..} + e_{ij}$  összefüggésben szereplő  $e_{ij}$ -kre teljesül, hogy:

1. várható értékük minden csoportra zérus,
2. a csoportokra nézve egyforma szórásúak, azaz homoszkedasztikusak.

Ha ezek nem teljesülnek, akkor a kapott eredmények az osztályokba sorolásoktól függően mások lesznek, alkalmatlanok arra, hogy a valóságról alkossunk képet. A fenti, kistérségekre vonatkozó konkrét esetben azt találtuk, hogy a reziduumok általában nagyok, és csak közelítőleg teljesül a fenti két feltétel. Nem vétettünk ugyan olyan nagy hibát az első módszer használatával sem, de létezik olyan statisztikai eljárás, mely ezt kiküszöböli. Nevezetesen a Box-Cox transzformáció, amely a reziduumok véletlenszerű elhelyezkedését biztosítja. Az említett eljárással a meghatározott téreloszláshoz tartozó, a fenti két feltételt leginkább teljesítő adatokhoz lehet jutni.

### **Box-Cox ellenállási tényező**

A Box-Cox transzformáció kétféle alakja ismert (20., 21. képlet):

$$1. \ c_{ij}^{transzformált} = \begin{cases} \frac{c_{ij}^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \ln(c_{ij}), \lambda = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$2. \ c_{ij}^{transzformált} = c_{ij}^\lambda \quad (21)$$

Az átalakítás megköveteli, hogy  $C_{ij} > 0$ , amely feltétel a percekben mért elérési időkre teljesül.

Lényegében a  $\lambda > 0$  megkötéssel elérhetjük mindkét esetben, hogy a transzformációnk reláció-invariáns legyen, azaz ez a transzformáció az értékeket megváltoztatja, de a közöttük lévő sorrendet nem. Mindkét definíció hasonló eredményre vezet. Válasszuk az utóbbit! Tehát keressük azt a  $\lambda$  értéket, amelyre a leginkább teljesül az adott vizsgálat során a különbségek véletlenszerű eloszlása. Vizsgálatainkban a SAS 8.2-es verziószámú szoftvere volt segítségünkre, ezen belül is a transreg eljárás (proc transreg).. Ez a program az összes szóba jöhető  $\lambda$  értékre nagyon kicsi osztályközökkel kiszámolja a transzformált időinket, és ezekhez

az időkhöz tartozó loglikelihood függvényt. A maximum likelihood becslés lényegében egy pontbecslés, ahol azokat a paramétereket tekintjük becslésnek, amelyekre a megfigyelésvektor együttes eloszlásfüggvénye maximális. A loglikelihood függvény (22. képlet):

$$\log L(c_{ij}, f_k, \lambda) = F(c_{ij}, \lambda) \cdot F(f_k, \lambda) \quad (22)$$

A maximum likelihood becslés előnye, hogy aszimptotikusan hatásos, illetve amennyiben nem adható meg zárt alakban, úgy az numerikus maximalizálással felderíthető (esetünkben is ez a helyzet). Más szavakkal a sokasági paramétert azzal az értékkel becsüljük, amelyik paraméter értékre a likelihood függvény felveszi maximumát, azaz annak az esélye a legnagyobb, hogy a megvalósult mintát kapjuk egy mintavétel alkalmával.

Kistérségi példánkban a maximális függvényértékhez tartozó  $\lambda$ -ra  $\lambda=1,07085$  érték adódott. Így megkaptuk azt a transzformációs állandót, amellyel az elérési időinket transzformálva a csoportok reziduumaik leginkább függetlenek lesznek. Összességében az így transzformált idővel elvégzett csoportképzésekből kinyert információk pontosabbak lesznek.

Transzformált változóink esetén az 50 intervallum határait is hasonlóképpen transzformálva ugyanolyan exponenciális görbét kapunk. Újra meghatározhattuk csoportjaink átlagidejét, és regresszióval dönthettünk  $\beta$  értékéről az előző, exponenciális számítás alapján. Kistérségi példánkban  $\beta=0,0119$  adódott (természetesen már a transzformált időpárookra vonatkozóan).

Így elmondhatjuk, hogy a vizsgálatban szereplő  $\beta$  konstans meg tudjuk határozni. Ezt minden egyes vizsgálat, téreloszlás esetén meg kell tennünk. Első közelítésben azt találtuk, hogy  $\beta=0,0178$ , míg mélyebb vizsgálatokkal megállapítást nyert, hogy  $\lambda=1,0785$ -es hatvánnyal végrehajtott Box-Cox transzformáció segítségével értékeink biztonságosabb elemzést tesznek lehetővé. Ebben az esetben  $\beta=0,0119$ .

### ***Gaussi ellenállási tényező***

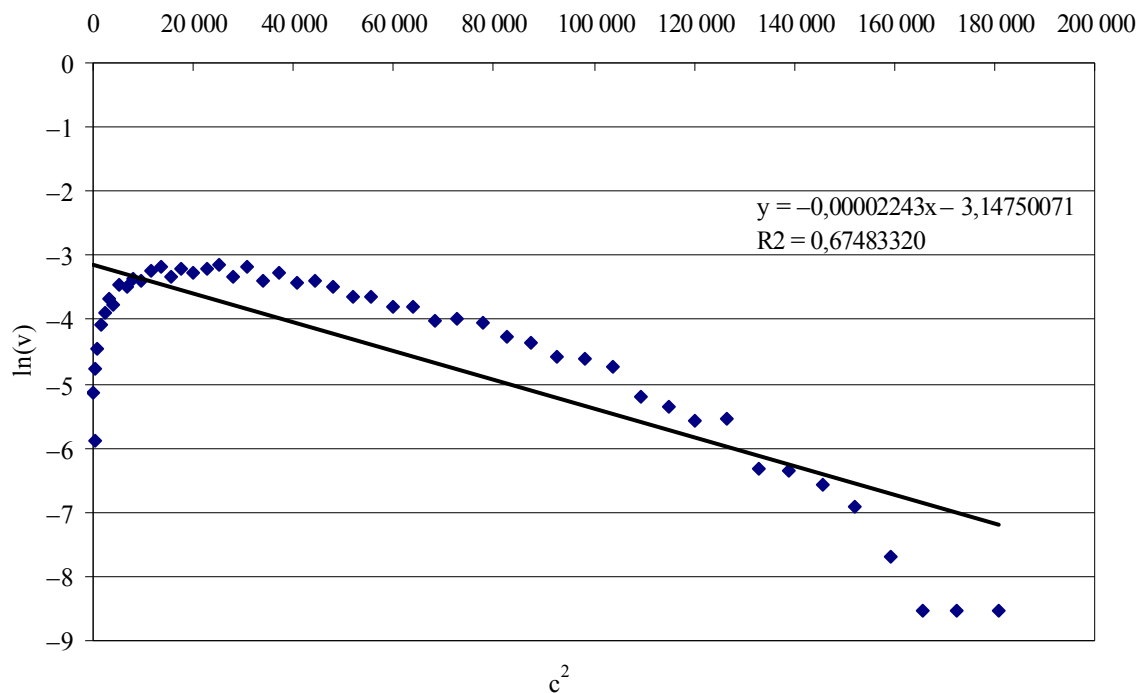
A 3. ábra szerint a gyakoriságok eloszlásának vizsgálata esetén azzal a feltételezéssel élhetünk, hogy a gyakoriságok és az átlagos elérési idők között az alábbi összefüggés áll fent (23. képlet):

$$v \approx w \cdot e^{\frac{-c_i^2}{u}} \Rightarrow \quad (23)$$

$$\ln(v) \approx \ln(w) + \frac{1}{u}(-c_i^2)$$

ahol  $v$  a gyakoriságok,  $c$  az átlagidők  $w$  és  $u$  konstansok. Cél a meglévő adatokra leginkább illeszkedő konstansok kiszámítása. Ennek érdekében a kistérségközpontok közötti elérési idők alapján nyert 50 intervallumba tartozó elemek gyakoriságainak logaritmusát az intervallumok átlagidő-négyzeteinek függvényében ábrázoltuk.

*A gyakoriságok logaritmusa az intervallumok átlagidő-négyzeteinek függvényében*



Forrás: saját szerkesztés.

Ebből 0,67-es pontossággal:  $w = 0,04295936$ ,  $u = 44583,1476$ .

A Gauss modell illeszkedése jobb, mint az exponenciális esetben.

### ***Log-logisztikus ellenállási tényező***

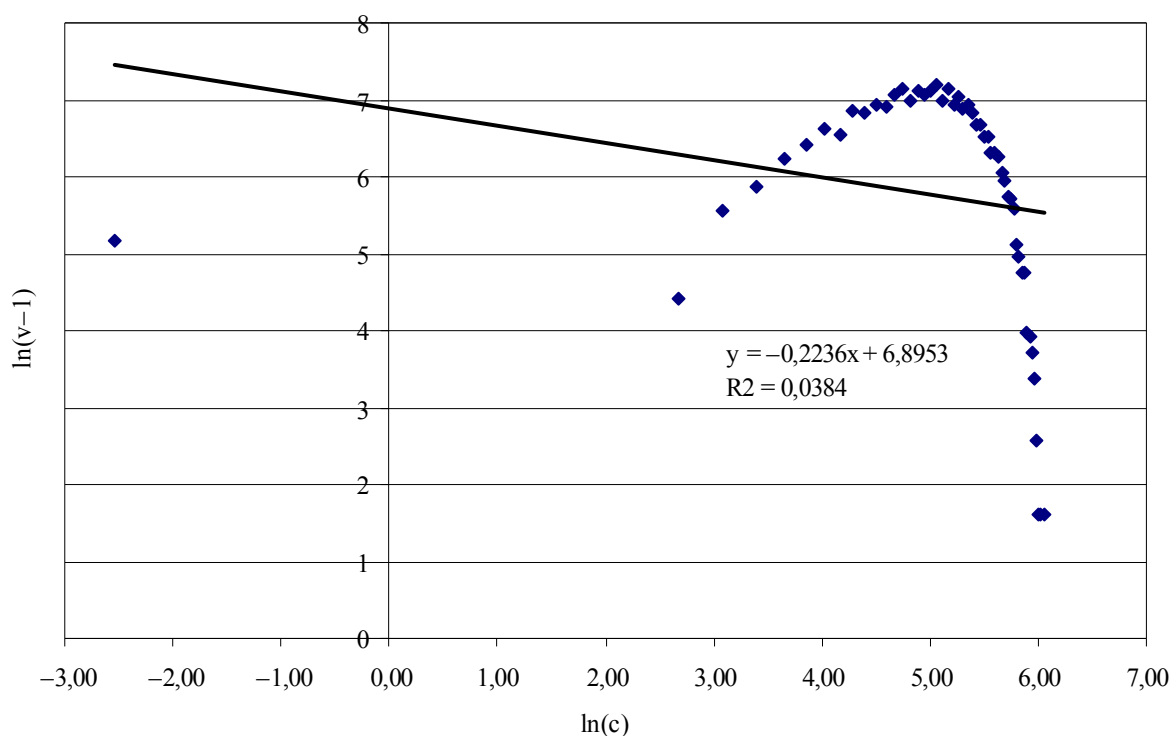
Ebben az esetben a gyakoriságok és az átlagidők között az alábbi összefüggést prognosztizáljuk (24. képlet):

$$v \approx 1 + e^{a+b \ln c_i} \Rightarrow \quad (24)$$

$$\ln(v - 1) \approx a + b \ln c_i$$

ahol  $v$  a gyakoriságok,  $c$  az átlagidők  $a$  és  $b$  konstansok.

A gyakoriságok és az átlagidők közötti kapcsolat log-logisztikus esetben



Forrás: saját szerkesztés.

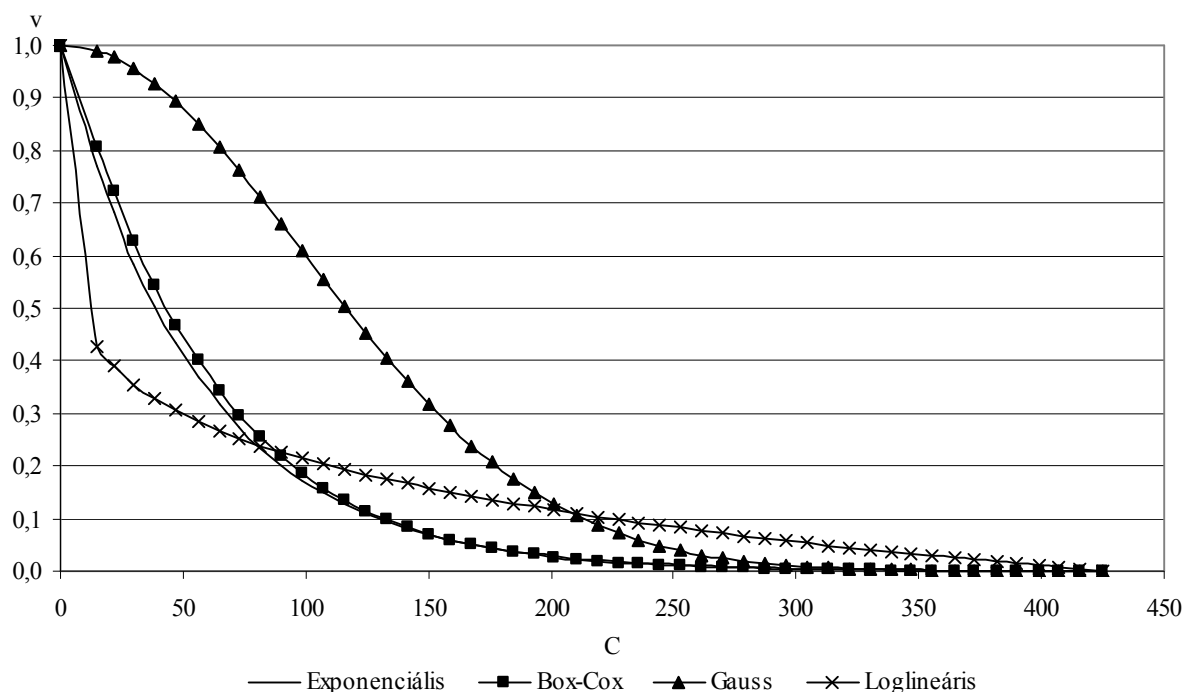
Ebből:  $b = -0,2236$ ,  $a = 6,8953$ .

Megjegyzendő, hogy az  $R^2$  értéke ebben az esetben a legalacsonyabb, viszont a módszer – mint később látható lesz – mégis jó eredményt hozhat...

Az egyes ellenállási tényezők összehasonlítása érdekében a fentebb bemutatott számításokat újra elvégeztük. A gaussi és a log-logisztikus modell átszámítására azért volt szükség, hogy illeszkedjen a többihez, azaz  $c=0$  esetén a gyakoriság 1 lehessen (vagy 100%). (Ezen két számítás alapján az  $R^2$ -ek nagysága csökken, így az ezek alapján megkapott értékeket a továbbiakban nem használtuk, csak a 5. ábrán mutatjuk be.)

Összevetve az egyes ellenállási tényezőket, megvizsgálhatók a közöttük lévő különbségek. A különböző modellek használatával a távolságok, a percekben mérhető elérési idők más módokon vannak beépítve a modellekbe. Láthatóan a gaussi modell a közepes távolságok esetén, a log-logisztikus inkább a nagyon kicsi és a nagyon nagy, míg az exponenciális modell a kisebb távolságokra érzékenyebb. Ezért elméletileg a településen, kistérségen belüli vizsgálatok esetében a log-logisztikus, az országos vizsgálatoknál az exponenciális, az európai léptékűnél a gaussi, míg a globális szintűnél szintén log-logisztikus modell alkalmazása ajánlható. Ettől még – mint a későbbiekben látható lesz – nem biztos, hogy mindig ezek a típusok hozzák a legjobb eredményt a jelzett területi szinteken.

Kapcsolat a gravitációs analógián alapuló modellek ellenállási tényezői között



Forrás: saját szerkesztés.

## AZ ELÉRHETŐSÉGI MODELLEK ÉS A VALÓS ÁRAMLÁSOK

Az eddigiekben a különféle modellek felépítéseivel foglalkoztunk, kerülve azt a kérdést, hogy vajon a (geometriai interpretáción alapulva) az alapelemek és az alaprelációk megadásával létrejövő potenciál-struktúra mennyire írja le valósan a teret. Nem szóltunk tehát arról, hogy mennyire „szembeszíthető” például a közúti forgalom volumene az egyes modellekből számítható értékekkel. Azaz kérdés: lehet-e a modellekből megállapított következtetéseket a valós társadalmi térre alkalmazni? Magunk részéről a nemzetközi szakirodalomban csak olyan tanulmányt ismerünk, ahol a különböző típusú modellek eredményeit szembeszíttették egymással (lásd De Montis–Caschili–Chessa 2011), viszont a forgalommal történő összevetésre példát nem találtunk, így következő elemzés a szakirodalomban unikumnak számít.

A Magyar Közút Nonprofit Zrt. által rendszeresen mért forgalmi adatok megmutatják egy-egy útkeresztmetszetre az áthaladó átlagos éves napi keresztmetszeti forgalmat (annual average daily traffic – ÁNF). (A legújabb OKKF- (Országos közúti keresztmetszeti forgalomszámlálás) eredmények több mint 4500 útkeresztmetszetre terjednek ki.) Az országos közúti forgalom felvétele keresztmetszeti mintavételi eljárással történik. Ez a számlálási módszer lehetővé teszi, hogy a forgalom időbeli ingadozásának ismeretében valamely keresztmetszetben az átlagos napi forgalmat viszonylag kevés adatból (kis mintából, rövid ideig tartó számlálás eredményéből) megfelelő pontossággal és megbízhatósággal lehessen meghatározni.

Az országos keresztmetszeti számlálások lényege, hogy nagyszámú állomáson mintavételszerűen, az egész évre elosztva, 5 különböző alkalommal, alkalmanként 6 és 18 óra közötti időtartamú számlálásokat hajtanak végre. A számlálások részletes mintavételi tervezés alapján folynak. A tervezés során a mérőállomások számlálási időtartamát is meghatározzák.

A számlálások nagy része évente csak 3 napos. A számlálás ötéves gördülő rendszerű, tehát egy évben csupán az ország területének mintegy 20%-án számolnak hosszabb-rövidebb ideig, s a többi állomás korábban meghatározott eredményeit a friss számlálásokéhoz igazítják.

A számlálási eredmények értékeiből ( $g_x$ ) egyszerű átlagszámítással, a forgalom törvényszerűségeit hordozó napszaki ( $a_x$ ), napi ( $b_i$ ), és havi ( $c_i$ ) tényezővel szorozva kapható meg az évi átlagos napi forgalom (25. képlet):

$$\text{ÁNF} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n g_x * a_x * b_i * c_i, \quad (25)$$

ahol  $n$  a számlált napok száma,  $g_x$  az  $x$  órás számlálás alatt megfigyelt forgalom,  $a_x$  a napszaktényező (valamely meghatározott napszakban számlált forgalom viszonya a 24 órás forgalomhoz),  $b_i$  a napi tényező (a hét egyes napjaihoz tartozó szorzószám, amely a napi forgalmat a havi átlagértékre módosítja),  $c_i$  a havi tényező (az év egyes hónapjaihoz tartozó szorzószám a havi átlagforgalom évi átlagforgalommá alakításához).

A keresztmetszeti forgalomszámlálási eredményeket egy szakmai konvenció szerint terjesztik ki az ún. "érvényességi szakaszokra". A kistérségi szintű ÁNF-adatokat a Magyar Közút Nonprofit Zrt. bocsátotta rendelkezésünkre.

1. táblázat

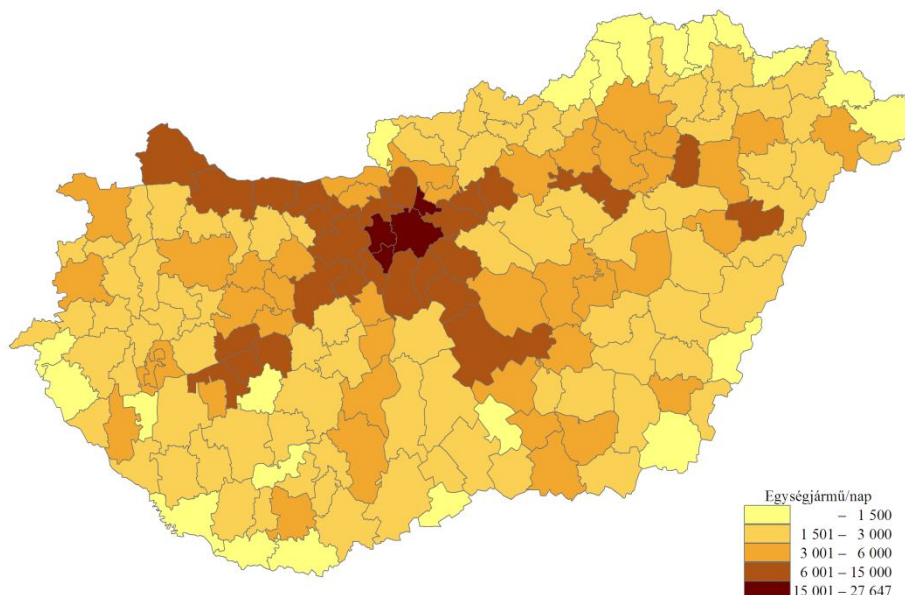
#### *A vizsgálat dimenziói*

Dimenzió	Megjegyzések
Forrás	Vizsgálatunkban az elérhetőséget valamennyi ember szemszögéből számítom, illetve értelmezzük, s nem különböztetünk meg az egyes társadalmi csoportokat, valamint a különböző utazók eltérő utazási céljait.
Cél	Az elérni kívánt célt az adott kistérség népességével és jövedelmével számszerűsítjük.
Ellenállás	A területi ellenállási tényező jelen esetben a kistérségek központjai közötti, közúton mérhető elméleti elérhetőségi időket jelenti, percben. Az alkalmazott ellenállási tényező lehet lineáris, négyzetes, exponenciális, box-cox, gaussi, illetve log-logisztikus.
Korlátozások	Két kistérség közötti útvonalak használatakor az adott szakaszon az út típusának megfelelő maximális sebesség jelenti a korlátot.
Határok	A vizsgálati terület meghatározásakor a hazánk határait vettük figyelembe. Bár kétségtelen tény, hogy a magyarországi potenciálokra hazánkon kívüli elérhető célpontok is hatással vannak, de mivel megfelelő részletezettségű úthálózati térkép csak Magyarországról állt rendelkezésemre, így ezek hatásaitól el kellett tekintünk.
Közlekedési mód	A vizsgálat során nem különböztettük meg a személy-, illetve a teherszállítás eltérő szempontjait.
Modalitás	Vizsgálatunkban unimodális elérhetőséget számítottunk közútra vonatkozóan.
Területi szint	Kutatásunk alapvető területi szintje a kistérségi szint, vagyis a LAU1.
Esélyegyenlőség	Kutatásunk alapvető célja a magyarországi elérhetőségi különbségek modellezése.
Dinamika	A kutatásban a 2004., 2008. és 2012. január 1-jei népességet, jövedelmet és közúthálózatot vettünk figyelembe.

*Forrás: saját szerkesztés.*



*Évi átlagos napi forgalom (ÁNF), 2012*



*Forrás: saját szerkesztés.*

A 2004-es, 2008-as és 2012-es forgalmi adatokat (6. ábra) különböző potenciál modellekkel vetettük össze. Tömegtényezőként mind a jövedelmeket, mind pedig a lakónépességet is alkalmaztuk. (A potenciálmodellek részleteiről lásd: Tóth–Kincses 2007.) A vizsgálat dimenziói a 1. táblázatban olvashatók.

### ***Gravitációs analógián alapuló modellek***

#### *Hagyományos gravitációs analógián alapuló modellek*

A vizsgált modellek a következők:

$$c_1 = \frac{W_i}{c_{ii}} + \sum_j \frac{W_j}{c_{ij}} \quad (26)$$

$$c_2 = \frac{W_i}{c_{ii}^2} + \sum_j \frac{W_j}{c_{ij}^2} \quad (27)$$

$$c_3 = \frac{W_i}{e^{\beta c_{ii}}} + \sum_j \frac{W_j}{e^{\beta c_{ij}}} \quad (28)$$

$$c_4 = \frac{W_i}{e^{\beta \left( \frac{c_{ii}^\lambda - 1}{\lambda} \right)}} + \sum_j \frac{W_j}{e^{\beta \left( \frac{c_{ij}^\lambda - 1}{\lambda} \right)}} \quad (29)$$

$$c_5 = \frac{W_i}{p^* e^{\frac{-c_{ii}^2}{u}}} + \sum_j \frac{W_j}{p^* e^{\frac{-c_{ij}^2}{u}}} \quad (30)$$

$$c_6 = \frac{W_i}{1+e^{a+b \ln c_{ii}}} + \sum_j \frac{W_j}{1+e^{a+b \ln c_{ij}}} \quad (31)$$

ahol  $c_{1-6}$  az  $i$  térség elérhetősége,  $W_i$  az adott kistérség saját tömege,  $W_j$  az elérni kívánt cél „tömege”,  $c_{ii}$  és  $c_{ij}$  az eléréshez szükséges idő,  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $p$ ,  $u$  és  $a$ ,  $b$  pedig konstansok. (A 26. képlet a lineáris, a 27. a négyzetes, a 28. az exponenciális, a 29. a box-cox, a 30. a gaussi, és a 31. a log-logisztikus ellenállási tényezőt alkalmazó modell.)

Kimutatható (2-3. táblázat), hogy a forgalmi adatok a jövedelmi adatokkal némileg jobb illeszkedést lehet elérni, mint a népességszámot alapul véve, igaz, a különbség nem jelentős. Kistérségi vizsgálataink alapján a legjobb elérhetőségi potenciálmodellnek a log-logisztikus ellenállási tényezőt alkalmazó modellek mutatkoztak, megjegyzendő viszont, hogy más területbeosztás alkalmazása esetén már nem biztos, hogy ezt az eredményt kaptuk volna. A log-logisztikus ellenállási tényező számításakor az illeszkedés (4. ábra) meglehetősen gyenge volt az útidő gyakoriságokra. Ennek ellenére a legpontosabb modellt éppen ekkor kapjuk, vagyis mindenképpen célszerű több modell alkalmazása is egy-egy vizsgálat során és nem lehet pusztán a modell illeszkedéséből kiindulni.

A log-logisztikus függvény kedvező megítélését jelen esetben az okozza, hogy a magyarázóváltozók segítségével ez képes legjobban megbecsülni a forgalom területi különbségeit. A magyarországi forgalom területi különbségei kapcsán pedig a legfontosabb az, hogy melyik az a függvény, amely amellett, hogy az alapvető területi különbségeket is figyelembe veszi, ám a legkisebb reziduál mellett becsüli meg a főváros, Budapest forgalmi értékét. Ha Budapest szerepe nem lenne ilyen kiugró, illetve lenne más, a fővárossal összevethető forgalmú kistérség is Magyarországon, akkor már egyáltalán nem biztos, hogy a log-logisztikus függvény segítségével végzett számítások eredményeznék a legjobb közelítést modellünkben.

2. táblázat

*A gravitációs analógián alapuló, népességi tömeget alkalmazó modellek illeszkedése a kistérségi ÁNF-adatokhoz ( $R^2$ )*

Évek	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
2004	0,43	0,26	0,55	0,52	0,19	0,63
2008	0,45	0,45	0,56	0,52	0,13	0,69
2012	0,58	0,44	0,61	0,58	0,21	0,69

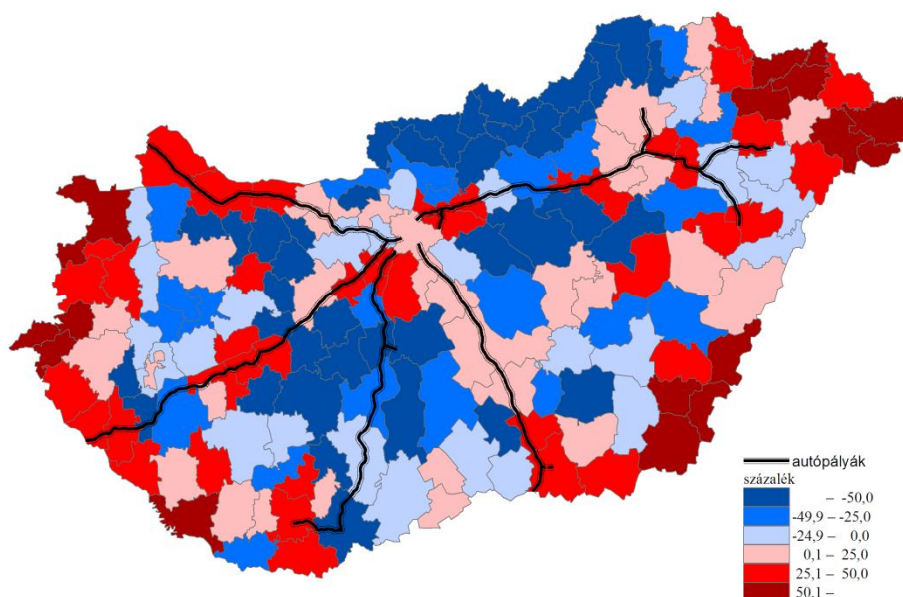
3. táblázat

*A gravitációs analógián alapuló, jövedelmi tömeget alkalmazó modellek illeszkedése a kistérségi ÁNF-adatokhoz ( $R^2$ )*

Évek	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
2004	0,42	0,24	0,56	0,53	0,18	0,73
2008	0,46	0,45	0,58	0,55	0,11	0,72
2012	0,58	0,45	0,60	0,57	0,22	0,69

Forrás: saját számítás.

*A 2012-es tényleges átlagos napi forgalom, illetve a legjobban illeszkedő potenciálmodellel ( $c_6$  – log-logisztikus ellenállási tényezővel) becsült 2012-as forgalom különbsége a kistérségekben a forgalom százalékában (százalék)*



A kistérségek egyik felében – elsősorban a legforgalmasabb, zömmel az autópályák által érintett kistérségekben a modellből várható alacsonyabb, mint a tényleges forgalom (ezeket piros színnel ábrázoltuk). A többi, az ország középső részében elhelyezkedő kistérségek esetében viszont a modell jellemzően alulbecsli a forgalmat, majd a határmenti kistérségek zömében inkább a túlbecslés a jellemző.

### Összegzés

A különböző ellenállási tényezők alkalmazásának módszertani alapja az, hogy térszerkezet szerepét számszerűsítsék a modellben. Az utazások lehetősége, vagyis a potenciál ugyanis az elérni kívánt cél tömegétől, annak távolságától, a vizsgálati tér szerkezetétől és a véletlentől függ. A térszerkezet ez esetben az adott vizsgálatban előforduló utak gyakoriságaira utal, amelynek leírására módosítjuk különböző függvényekkel az utazási távolságot/költséget a kiindulási és az érkezési pontok között.

A különböző ellenállási tényezők (négyzetes, exponenciális, box-cox, log-logisztikus, gaussi) választásának célja az, hogy különbséget tegyünk az egyes relációk választásának valószínűsége között. Az utazási potenciál 4 tényezője közül az utazási relációk gyakorisága csupán egy tényező, s az utazási választás lehetőségének mértékét tovább árnyalja még a

fennmaradó három tényező. A tér összefüggésrendszerét matematikai eszközökkel leírni viszont meglehetősen nehéz, nem lehet általánosítani abban a tekintetben, hogy milyen léptékű, milyen térségben végzett vizsgálathoz milyen ellenállási tényező a legmegfelelőbb. Célszerűnek tartjuk – amennyiben lehetőségünk engedi – a különböző ellenállási tényezővel végzett számítások összevetését, hogy a legmegfelelőbb modellt választhassuk ki a vizsgálatunkhoz.

## Irodalom

1. Bewley, R. – Fiebig, D. G. (1988): A flexible logistic growth model with applications to telecommunications. *International Journal of Forecasting*. 4 (2) 177–192.
2. Box, G. E. P.–Cox, D. R. (1964): An analysis of transformations. *Journal of Royal Statistical Society, Series B*, 26 (2) 211–246.
3. Bruinsma, F.R.–Rietveld, P. (1998): The Accessibility of European Cities: Theoretical Framework and Comparison of Approaches. *Environment and Planning A* 30 (3) 499–521.
4. Brunton, P.J.–Richardson, A.J. (1998): A Cautionary Note on Zonal Aggregation and Accessibility. *Paper presented at the 77th Annual Meeting of Transportation Research Board*, Washington, DC.
5. Calvo, P.–Pueyo Campos, A.–Jover Yuste, J.M. (1992): Potenciales demográficos de España. *Atlas Nacional de España*. Tomo 14-b. Madrid, Instituto Geográfico Nacional
6. Capineri, C. (1996): From Networks to Regional Development: Representations of Italian Regional Disparities. *Paper Presented at the Nectar Euroconference*, Mons, Belgium, 24–28 September 1996
7. Dalvi, M. Q. – Martin, K. M. (1976): The measurement of accessibility: some preliminary result. *Transportation* 5 (1) 17–42.
8. Davidson, K. B. (1977): Accessibility in transport/land-use modelling and assessment. *Environment and Planning A*. 9 (12) 1401–1416.
9. De Montis, A. – Caschili, S. – Chessa, A. (2011): Spatial Complex Network Analysis and Accessibility Indicators: the Case of Municipal Commuting in Sardinia, Italy *European Journal of Transport and Infrastructure Research* 11(4) 405–419.
10. Dusek, T. (2001): A területi mozgóátlag. *Területi Statisztika* 41 (3) 215–229.
11. El-Geneidy, A. M. – Levinson, D. M. (2006): *Access to Destinations: Development of Accessibility Measures*. Department of Civil Engineering University of Minnesota, Minneapolis.
12. ESPON (2007): *Update of Selected Potential Accessibility Indicators. Final Report*. Luxembourg.
13. Fotheringham, A. S. – Brunson, C. – Charlton, M. (2000): *Quantitative Geography: Perspectives on Spatial Data Analysis*. London, Sage
14. Fotheringham, A. S. (1982): A new set of spatial-interaction models: the theory of competing destinations. *Environment and Planning A*. 15 (1): 15–36.
15. Frost, M.E.–Spence, N.A. (1995) The Rediscovery of Accessibility and Economic Potential: The Critical Issue of Self-potential. *Environment and Planning A*. 27 (11) 1833–1848.
16. Geertman, S.C.M.,– van Eck, J.R.R., (1995): GIS and models of accessibility potential: an application in planning. *International Journal of Geographical Information Systems* 9 (1) 67–80.
17. Geurs, KT – van Wee, B. (2004): Accessibility evaluation of land-use and transport strategies: review and research directions. *Journal of Transport Geography* 12 (2) 127–140.
18. Grasland, C.–Mathian, H.–Vincent, J. (2000): Multiscalar analysis and map generalisation of discrete social phenomena: Statistical problems and political consequences. *Statistical Journal of the United Nations Economic Commission for Europe*, 17 (2)157–188.
19. Gutierrez, J. (2001): Location, economic potential and daily accessibility: an analysis of the accessibility impact of the high-speed line Madrid–Barcelona–French border. *Journal of Transport Geography* 9 (4) 229–242
20. Guy, C. M. (1983): The assessment of access to local shopping opportunities: a comparison of accessibility measures. *Environment and Planning B: Planning and Design*. 10 (2) 219–238.
21. Hansen, W.G. (1959): How Accessibility Shapes Land-Use. *Journal of the American Institute of Planners*. 25 (2) 73–76.

22. Harris, C. D (1954): The market as a factor in the localisation of industry in the United States. *Annals of the Association of American Geographers* 44 (4) 315–348.
23. Hilbers, H. D. – Veroen, E. J. (1993): *Het beoordelen van de bereikbaarheid van lokaties. Definiëring, maatstaven, toepassingen beleidsimplicaties*. INRO-VVG 1993–09, TNO Inro, Delft
24. Hull, D.L. (1963): A probabilistic analysis of shopping center trade areas. *Land Economics* 39 (1) 81–90.
25. Ingram, D. R. (1971): The Concept of Accessibility: A Search for an Operational Form. *Regional Studies* 5 (2) 101–105.
26. Joseph, A.E. – Bantock, P.R. (1982): Measuring potential physical accessibility to general practitioners in rural areas: a method and case study. *Social Science and Medicine* 16 (1): 85–90.
27. Keeble, D.–Offord, J.–Walker, S. (1988): *Peripheral Regions in a Community of Twelve Member States*, Commission of the European Community, Luxembourg
28. Knox, P.L. (1978): The intraurban ecology of primary medical care: patterns of accessibility and their policy implications. *Environment and Planning A* 10 (4): 415–435.
29. Kwan, M.-P. (1998): Space–time and integral measures of individual accessibility: a comparative analysis using a point-based framework. *Geographical Analysis* 30 (3) 191–216.
30. Levinson, D.M. (1998): Accessibility and the Journey to Work. *Journal of Transport Geography* 6 (1) 11–21.
31. Linneker, B.J.–Spence, N.A. (1991): An Accessibility Analysis of the Impact of the M25 London Orbital Motorway on Britain. *Regional Studies* 26 (1) 31–47.
32. Martín, J.C. – Gutiérrez, J. – Román, C. (2004): Data Envelopment Análisis (DEA) Index to measure the accessibility impacts of new infrastructure investments: the case of the High-Speed Train Corridor Madrid-Barcelona-French border. *Regional Studies* 38 (6) 697–712.
33. Martin, K. M. – Dalvi, M. Q. (1976): The comparison of accessibility by public and private transport. *Traffic Engineering and Control* 17 (12) 509–513.
34. Nemes Nagy, J. (1998): A fekvés szerepe a regionális tagoltságban. In: *Munkaerőpiac és regionalitás*, MTA KK KI, Budapest pp. 147–165.
35. Nemes Nagy, J. (szerk.) (2005): *Regionális elemzési módszerek*. Regionális Tudományi Tanulmányok 11. ELTE Regionális Földrajzi Tanszék–MTA–ELTE Regionális Tudományi Kutatócsoport, Budapest
36. Papa, E. – Coppola, P. (2012): Gravity-Based Accessibility measures for Integrated Transport-land Use Planning (GraBAM) In: Hull, A. – Silva, C. – Bertolini, L. (Eds.) *Accessibility Instruments for Planning Practice*. pp. 117–124. COST Office.
37. Reggiani, A. – Bucci, P. – Russo, G. (2011): Accessibility and Impedance Forms: Empirical Applications to the German Commuting Network. *International Regional Science Review* 34 (2): 230–252.
38. Rich, D. (1980): *Potential Models in Human Geography. Concepts and Techniques in Modern Geography*. 26. Geo Abstracts, Norwich.
39. Scheurer, J. – Curtis, C. (2007): *Accessibility Measures: Overview and Practical Applications*. Department of Urban and Regional Planning, Curtin University, Perth.
40. Schürmann, C. – Spiekermann, K. – Wegener, M. (1997): *Accessibility Indicators*. Berichte aus dem Institut für Raumplanung 39, Dortmund, IRPUD
41. Simma, A. – Axhausen, K.W. (2003): Interactions between travel behaviour, accessibility and personal characteristics: The case of the Upper Austria Region *European Journal of Transport and Infrastructure Research* 3 (2): 179–197
42. Simma, A. – Vrtic, M. – Axhausen, K. W (2001): *Interactions of travel behaviour, accessibility and personal characteristics: The Case of Upper Austria, presentation*, European Transport Conference, Cambridge, September 2001.
43. Smith, D.M.–Gibb, R.A. (1993): The Regional Impact of the Channel Tunnel. A Return to Potential Analysis. *Geoforum* 24 (2) 183–192.
44. Song, S. (1996): Some Tests of Alternative Accessibility Measures: A Population Density Approach. *Land Economics* 72 (4). 474–482.
45. Spence, N. – Linneker, B. (1994): Evolution of the motorway network and changing levels of accessibility in Great Britain. *Journal of Transport Geography* 2 (4) 247–264.
46. Stewart, J.Q. (1947): Empirical mathematical rules concerning the distribution and equilibrium of population. *Geography Review* 37 (3) 461–485.

47. Tagai, G. (2007): A potenciálmodell eredményei és korlátai a társadalomkutatásban *Tér és Társadalom* 21 (1) 145–158.
48. Tóth, G. – Kincses, Á. (2007b): Elérhetőségi modellek. *Tér és Társadalom* 21 (3) 51–87.
49. Van Wee, B. – Hagoort, M. – Annema, J.A. (2001): Accessibility measures with competition. *Journal of Transport Geography* 9 (3): 199–208.
50. Vickerman, R.W. (1974): Accessibility, attraction, and potential: a review of some concepts and their use in determining mobility. *Environment and Planning A* 6 (6) 675–691.
51. Weibull, J.W. (1976): An axiomatic approach to the measurement of accessibility. *Regional Science and Urban Economics* 6 (4): 357–379.
52. Willigers, J. – Floor, H. – van Wee, B. (2007): Accessibility indicators for locational choice of offices: An application to the intraregional distributive effects of high-speed rail in the Netherlands. *Environment Planning. A* 39 (9) 2086–2098.
53. Wilson, A. G. (1971): A family of spatial interaction models, and associated developments. *Environment and Planning A* 3.(1) 1–32.